

2. klassische Mikroskopie

2.1 Grundlagen

2.1.1 EM - Wellen

im Vakuum

klas. E-Dynamik - Jackson
Optik - Born & Wolf

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$$

$$\Rightarrow \nabla \cdot \vec{\mathbf{E}} = 0 \quad \text{Vakuum}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{j}} \quad \text{Vakuum}$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{\mathbf{B}} &= \mu_0 \epsilon_0 \dot{\vec{\mathbf{j}}} + 0 \\ &= \frac{1}{c^2} \dot{\vec{\mathbf{j}}} \end{aligned}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\dot{\vec{\mathbf{B}}})$$

Wellengleichung

$$c^2 \Delta \vec{\mathbf{E}} = \ddot{\vec{\mathbf{E}}}$$

bzw.

$$c^2 \Delta \vec{\mathbf{H}} = \ddot{\vec{\mathbf{H}}}$$

eine spez. Lösung

transversale EM Wellen im Vakuum

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \end{pmatrix} e^{\oplus i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad \text{Konvention +}$$

analog

$$\mathbf{H}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -H_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{+i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Welle in x-Richtung

$$\text{mit } \vec{k} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

und Dispersionsrelation

$$\omega = k \cdot c$$

bzw.

$$c = \lambda_0 \cdot \nu$$

$\vec{\mathbf{E}}$ und $\vec{\mathbf{H}}$ in Phase

Zudem gilt

$$\vec{k}^0 = \frac{\vec{k}}{k}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k}^0 \times \vec{E} = \frac{1}{c} (\vec{k} \times \vec{E})$$

und $|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|$

Energiefluß

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Intensität $I = \langle |\vec{S}(t)| \rangle = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 = \frac{1}{2 Z_0} E_0^2$

Wellenwiderstand des Vakuums $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$

Strahlungsdruck

$$\langle P \rangle = \frac{1}{c} \langle S \rangle = \frac{I}{c}$$

In Materie

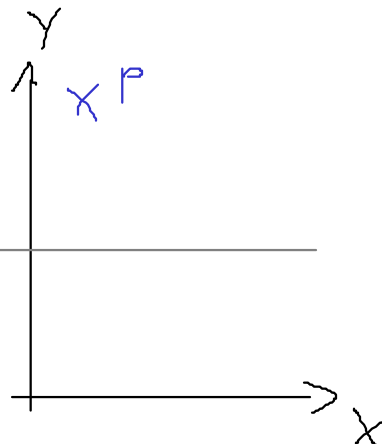
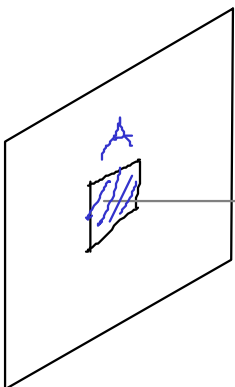
Brechzahl $n = \sqrt{\epsilon \cdot \mu} \approx \sqrt{\epsilon}$

optische Frequenzen $\Rightarrow \mu \approx 1$

Wellenlänge: $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ (λ_0 Wellenlänge im Vakuum)

Beugung / Huygens Prinzip

Überlagerung von Ebenen Wellen

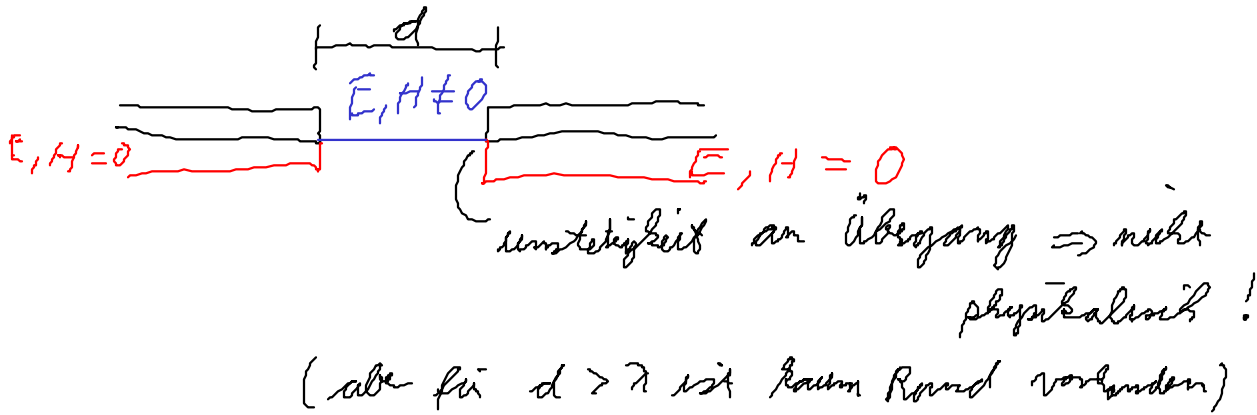


d. Feld am Ort p

$$E_p = C \iint_A E_s(x, y) \frac{e^{i k r}}{r} dx dy$$

nicht exakt

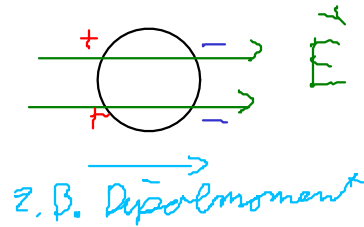
bei Öffnungen mit $d \ll \lambda$, kommen völlig andere Resultate heraus



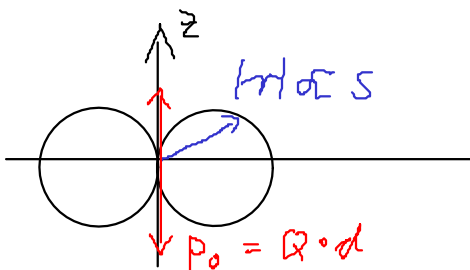
\Rightarrow Anschlussbedingungen erfüllen für B und D
(Zylinder-Integral & Flächenintegral)

Beispiel / einfache Anwendung der Anschlussbedingungen
 \Rightarrow Snelli's Brechungsgesetz

genauer Betrachti, was an der Apertur (= dem Loch) passiert:



Dipol-Strahlung Fernfeld



$$S_{FF} = \frac{\omega^4 p_0^2}{32 \pi^2 \epsilon_0 r^3} \frac{\sin^2 \vartheta}{r^2}$$

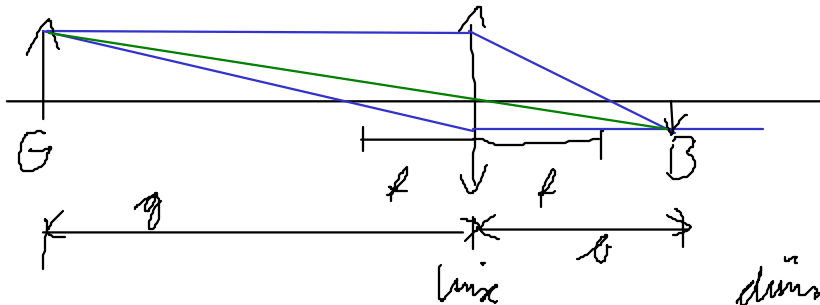
Fern- und Nahfeld eines Dipol

für $r \approx \lambda \Rightarrow E_{\text{nahefeld}} \approx E_{\text{fernfeld}}$
 $r \gg \lambda$ nur Fernfeld
 $r \ll \lambda$ nur Nahfeld

Quasistatik $\Leftrightarrow \lambda$ sehr groß

Klein-Linse

Geometrische Optik



dünne Linse $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$

\Rightarrow Zuordnung von Punkten in der Brennebene
zu einem Einfallswinkel ($h = f \cdot \tan \alpha \approx f \alpha$)

\Rightarrow Winkelvergrößerung beim Mikroskop

Zern, Abbe, Schott
Kunze + Theiss + Glas